



@eimankazemi

ریاضیات کنکور ۹۸

امتثال

ایمان کاظمی



@eimankazemi

ریاضیات کنکور ۹۸

امتمال

◀ آزمایش تصادفی:

هر آزمایش که نتیجه آن غیر قابل پیش بینی باشد را آزمایش تصادفی می گویند مانند پرتاب سکه، پرتاب تاس و...
◀ فضای نمونه ای:

تمام نتایج ممکن در یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه ای از آزمایش گویند و با S نشان می دهند.

مثال:



نکته: اگر یک آزمایش تصادفی از m عضو تشکیل شده باشد، در صورتیکه این آزمایش را n بار

تکرار کنیم، تعداد عضویهای فضای نمونه ای برابر است با:

$$n(s) = m^n$$

مثال ۱: یک سکه را ۵ بار پرتاب می کنیم. تعداد عناصر فضای نمونه ای کدام است؟

۳۲(۴)

۲۰(۳)

۱۵(۲)

۱۰(۱)

نکته: هر گاه انتخاب r شیء از بین n شیء صورت گیرد، تعداد عناصر فضای نمونه ای برابر است با:

$$n(s) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

مثال ۲: در کیسه ای ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه وجود دارد. دو مهره به تصادف از کیسه خارج

می کنیم. تعداد عناصر فضای نمونه ای کدام است؟

۲۱(۴)

۲۴(۳)

۱۲(۲)

۷(۱)



نکته: هر گاه انتخاب r شیء از بین n شیء با "بایگذاری" صورت گیرد، تعداد اعضای فضای نمونه ای

$$n(s) = n^r \quad \text{برابر است با:}$$

مثال ۳: در کیسه ای ۵ مهره مختلف وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره با بایگذاری انتخاب می

کنیم. تعداد اعضای فضای نمونه ای کدام است؟

۸(۴)

۱۵(۳)

۱۲۵(۲)

۲۴۳(۱)

مثال ۴: سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر روی سکه ظاهر شود تاسی را پرتاب می کنیم و اگر

پشت بیاید ۳ سکه دیگر را پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای این عمل چند عضو دارد؟

مثال ۵: تاسی را پرتاب می کنیم. اگر زوج ظاهر شود، دو سکه پرتاب می کنیم و اگر فرد ظاهر

شود، تاس دیگری را پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای این عمل چند عضو دارد؟



مثال ۶: تاسی را پرتاب می کنیم. اگر عدد بزرگتر از ۴ ظاهر شود، دو تاس دیگر پرتاب می کنیم و اگر عدد کوچکتر از ۴ ظاهر شود، ۳ سکه پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای این عمل چند عضو دارد؟

پیشامد: هر زیرمجموعه از فضای نمونه ای را یک پیشامد می گویند.

مثال ۷: در پرتاب یک تاس، مطلوب است پیشامد:

الف) ظاهر شدن عدد ۵ ب) ظاهر شدن عدد اول

مثال ۸: دو تاس (اباهم) پرتاب می کنیم. پیشامد آنکه اعداد رو شده یکسان باشند (با اعضا نشان دهید).



مثال ۹: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم. مطلوبست پیشامد آنکه

الف) سکه رو و تاس زوج بیاید.

ب) سکه رو یا تاس زوج بیاید.

نکته: $A = \phi$ (پیشامد نشدنی یا غیر ممکن) و $A = S$ (پیشامد ممتمی یا شدنی) می گویند.

مثال ۱۰: در پرتاب یک تاس پیشامد آنکه عددی کوچکتر از ۷ بیاید و پیشامد آنکه عددی بزرگتر

از ۶ بیاید را نشان دهید.

مثال ۱۱: در پرتاب ۱ تاس چند پیشامد غیر ممتمی وجود دارد؟

۱۱ (۱۴) ۳۵ (۳) ۶۳ (۲) ۶۴ (۱)

مثال ۱۲: در پرتاب یک تاس چند پیشامد ۳ عضوی وجود دارد؟



تعریف امتمال:

امتمال وقوع پیشامد A از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

نکته: امتمال پیشامد غیر ممکن صفر است.

$$n(A) = n(\phi) = 0 \rightarrow p(\phi) = 0$$

نکته: امتمال پیشامد متممی ۱ است.

$$n(A) = n(S) \rightarrow p(S) = 1$$

مثال ۱۳: در یک فضای نمونه ای امتمال وقوع پیشامد A ، $0/4$ و تعداد اعضای این پیشامد ۲۸ است. اگر تعداد اعضای B ، ۱۰ عضو باشد، امتمال وقوع پیشامد B چقدر است؟

مثال ۱۴: دو تاس را باهم پرتاب می کنیم، مطلوب است امتمال آنکه:

الف) تاس اول ۲ ظاهر شود
ب) فقط تاس اول ۲ ظاهر شود

پ) حداقل یکی از تاس ها ۲ ظاهر شود
ت) فقط یکی از تاس ها دو ظاهر شود

ث) دو تاس یکسان ظاهر شود
ج) مجموع دو عدد ۶ باشد

ج) مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد
ج) مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد (سراسری)

تجربی-۹۲)

خ) مجموع دو عدد رو شده عددی اول باشد (سراسری ریاضی-۹۳)

د) مجموع دو عدد رو شده بزرگتر از ۱۰ باشد



ایمان کاظمی

مثال ۱۵: دو تاس را با هم می ریزیم اتممال آنکه مجموع دو تاس ۸ یا هر دو زوج باشند کدام است؟

$\frac{11}{36}$ (۱)

$\frac{14}{36}$ (۲)

$\frac{10}{36}$ (۳)

$\frac{15}{36}$ (۴)

مثال ۱۶: دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب میکنیم. با کدام اتممال هر دو سکه "رو" یا تاس ۶ ظاهر شود؟ (ریاضی ۹۶)

$\frac{7}{12}$ (۱)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{5}{8}$ (۳)

$\frac{3}{8}$ (۴)



مثال ۱۷: در پرتاب ۳ تاس احتمال آنکه مجموع سه تاس برابر ۶ باشد کداه است؟

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{5}{108}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴) $\frac{1}{6}$

مثال ۱۸: بر روی شش وجه یک تاس اعداد ۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۳ نوشته شده است. این تاس را دوبار پرتاب می کنیم، مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد؟

مثال ۱۹: با معروف کلمه "فوارزمی" کلمه ای ۳ حرفی می سازیم. مطلوب است احتمال اینکه حرف اول نقطه دار نباشد

مثال ۲۰: ۶ نفر که دو نفر آنها برادر یکدیگرند به تصادف در یک ردیف می ایستند. چقدر احتمال دارد دو برادر در اول و آخر صف واقع شده باشند؟

- (۱) $\frac{1}{30}$ (۲) $\frac{2}{30}$ (۳) $\frac{3}{30}$ (۴) $\frac{4}{30}$



مثال ۲۱ : یک تاس را به تکرار پرتاب می کنیم. اتمتمال ظاهر شدن عدد ۴ قبل از آمدن عدد ۶ ، کداه است؟

(ریاضی ۹۷) $\frac{3}{4}$ (۱۴) $\frac{2}{3}$ (۱۳) $\frac{1}{2}$ (۱۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

مثال ۲۲ : با مروف کلمه LAGRANGE کلمه ای ۸ مرفی می سازیم. بقدر اتمتمال دارد مروف یکسان کنار هم باشند؟

مثال ۲۳ : از بین جایگشت های سه مرفی کلمه Sabz یکی را انتخاب می کنیم. اتمتمال این که در کلمه منتخب ، عبارت ab وجود داشته باشد ، کداه است؟

$\frac{1}{8}$ (۱۴) $\frac{1}{2}$ (۱۳) $\frac{1}{3}$ (۱۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

مثال ۲۴ : مروف کلمه ی ASSIST را کنار هم قرار می دهیم. بقدر اتمتمال دارد S ها یک در میان باشند؟

$\frac{1}{20}$ (۱۴) $\frac{3}{10}$ (۱۳) $\frac{2}{10}$ (۱۲) $\frac{1}{10}$ (۱)



مثال ۲۵ : از بین ۴ مهره سفید، ۳ مهره قرمز و ۲ مهره زرد، ۳ مهره باهم و به تصادف انتخاب میکنیم. مطلوب است امتثال:

الف) مهره ها به رنگ های متفاوت باشند

ب) ۲ مهره هم رنگ و یک مهره متفاوت باشد

پ) حداقل دو مهره قرمز باشد

ت) ۳ مهره هم رنگ باشد



مثال ۲۶ : در کیسه ای ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و ۳ مهره آبی وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره های خارج شده، متفاوت است؟ (سراسری تجربی ۹۶)

$$\frac{4}{11} \quad (۱۴)$$

$$\frac{7}{22} \quad (۱۳)$$

$$\frac{3}{11} \quad (۱۲)$$

$$\frac{5}{32} \quad (۱)$$



مثال ۲۷ : در جعبه ای ۳ مهره سفید، ۲ مهره سیاه، ۵ مهره قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام اتممال این دو مهره هم رنگ نیستند؟ (سراسری تجربی-۹۴)

$$\frac{28}{45} (1) \quad \frac{29}{45} (2) \quad \frac{31}{45} (3) \quad \frac{32}{45} (4)$$

مثال ۲۸ : از بین ۶ داوطلب گروه ریاضی و ۴ داوطلب گروه تجربی بطور تصادفی ۴ داوطلب انتخاب می شوند. با کدام اتممال دو نفر آنها گروه ریاضی هستند؟

$$\frac{5}{21} (1) \quad \frac{5}{14} (2) \quad \frac{4}{7} (3) \quad \frac{3}{7} (4)$$

مثال ۲۹ : در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری میشوند. اگر به تصادف ۴ موش از بین آنها جهت آزمایش برداشته شوند، با کدام اتممال فقط یکی از موش های مورد آزمایش سفید است؟

$$\frac{2}{7} (1) \quad \frac{2}{5} (2) \quad \frac{3}{7} (3) \quad \frac{3}{5} (4) \quad \text{(تجربی - ۸۶)}$$



امتمال

مثال ۳۰ : ظرف A شامل ۵ مهره با شماره های یک رقمی فرد و ظرف B دارای ۴ مهره با شماره های یک رقمی زوج غیر صفر است . از هر ظرف یک مهره بیرون می آوریم . با کدام اتممال حاصل ضرب آنها از ۱۰ بیشتر است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{45}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{75}$ (ریاضی ۹۷)

مثال ۳۱ : در یک خانواده سه فرزندی می دانیم فرزند اول دختر است . با کدام اتممال لا اقل یکی از فرزندان پسر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (سراسری تجربی-۸۷)

مثال ۳۲ : در ظرفی شش مهره به شماره های ۱،۲،۳،۴،۵،۶ اریفته شده اند. دو مهره باهم بیرون می آوریم. با کدام اتممال شماره های این دو مهره اعداد متوالی اند؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (سراسری ریاضی-۸۵)



امتمال

مثال ۳۳ : شش گوی یکسان با شماره های ۱ تا ۶ در یک ظرف قرار دارند. به تصادف دو گوی از آنها بر می داریم. با کداه امتتمال جمع عدد این دو گوی کمتر از ۶ است؟

(۱) $\frac{4}{15}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{12}$ (سراسری ریاضی-۸۶)

مثال ۳۴ : با کداه امتتمال رقم سمت راست پلاک اولین اتومبیلی که از بزرگراه خارج می شود، از ۴ بیشتر نیست یا مضرب ۳ می باشد؟ (رقم صفر در پلاک اتومبیل بکار نمی رود).

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{5}{9}$ (سراسری ریاضی-۸۷)

مثال ۳۵ : هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را در یکی از ۶ فانه هم ردیف به تصادف قرار می دهیم. با کداه امتتمال این ارقام در فانه های متوالی و دو رقم زوج کنار هم قرار می گیرند؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{2}{15}$ (سراسری ریاضی-۸۷)



مثال ۳۶ : از هر چهار گروه آزمایشی به ترتیب ۳ و ۳ و ۲ و ۱ نفر داوطلب شرکت در آزمونی هستند. اگر به تصادف ۴ نفر از بین آنان معرفی شوند، با کدام از هر گروه یک نفر معرفی شده اند؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۴) $\frac{2}{21}$ (سراسری ریاضی-۸۸)

مثال ۳۷ : اعداد ۱ تا ۶ را بر روی ۶ کارت یکسان نوشته اند. اگر به تصادف دو کارت از بین آنها بیرون آوریم، با کدام احتمال جمع اعداد این دو کارت زوج است؟ (سراسری ریاضی-۸۸)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{9}$

مثال ۳۸ : ۷ مهره یکسان با شماره های ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ در کیسه ای وجود دارند اگر ۳ مهره را با هم و به تصادف از کیسه خارج کنیم با کدام احتمال مجموع اعداد نوشته شده روی این مهره ها عددی زوج است؟

(۱) $\frac{16}{35}$ (۲) $\frac{17}{35}$ (۳) $\frac{18}{35}$ (۴) $\frac{19}{35}$



مثال ۳۹ : از بین سه کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جایگذاری بیرون می آوریم. سپس کارت دوم را خارج می کنیم. با کدام اتمتمال هر دو کارت هم رنگ هستند؟ (سراسری تجربی - ۹۱)

(۱) $\frac{2}{7}$

(۲) $\frac{5}{14}$

(۳) $\frac{3}{7}$

(۴) $\frac{4}{7}$

مثال ۴۰ : اعداد ۹ و ۸ و ... و ۲ و ۱ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف دو کارت از بین آنها بیرون می آوریم. با کدام اتمتمال مجموع عدد این دو کارت برابر ۱۱ است؟

(۱) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{6}$

(ریاضی - ۹۱)

مثال ۴۱: در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می شود. به تصادف سه موش از بین آنها انتخاب می شود. با کدام اتمتمال اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟ (سراسری تجربی ۸۸)

(۱) $\frac{11}{56}$

(۲) $\frac{17}{56}$

(۳) $\frac{13}{56}$

(۴) $\frac{15}{56}$



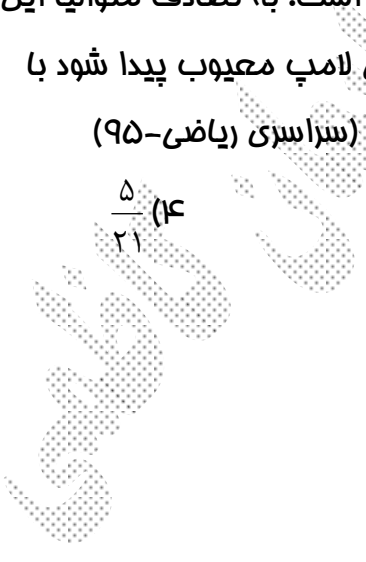
مثال ۱۴۲: در جعبه ای ۸ لامپ موجود است که دوتای آن معیوب است. به تصادف متوالیا این لامپ ها را آزمایش کرده و لامپ سالم را کنار می گذاریم، تا اولین لامپ معیوب پیدا شود با کدام احتمال در آزمایش سوم اولین لامپ معیوب پیدا می شود؟ (سراسری ریاضی-۹۵)

(۱) $\frac{5}{21}$

(۲) $\frac{4}{21}$

(۳) $\frac{2}{14}$

(۴) $\frac{5}{21}$



مثال ۱۴۳: در کیسه ای ۵ مهره با شماره های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره ها را بطور تصادفی پی در پی و بدون جایگذاری فارچ می کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره ی فرد متوالیا فارچ نمی شوند؟ (سراسری تجربی-۹۲)

(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۱۵

(۳) ۰/۲

(۴) ۰/۲۵



مثال ۴۴ : هر يك از اعداد ۲۰۲۰۳۰۴۰۵۰۶ ، بر روی شش گوی یکسان نوشته شده است. به طور تصادف متوالی هم یک گوی از جعبه فارچ می کنیم. با کدام اتمتمال اعداد فرد یا زوج یک در میان فارچ می شوند؟

(سراسری ریاضی-۹۴) $۰/۲(۴)$ $۰/۱۵(۳)$ $۰/۱۲(۲)$ $۰/۱(۱)$

مثال ۴۵ : تمام اعداد دو رقمی که با ارقام ۱۰۲۰۴۰۵ می توان ساخت روی کارت‌های متمایز نوشته و در یک کیسه قرار می دهیم. با کدام اتمتمال عدد روی کارت انتخابی مضرب ۴ یا کوچکتر از ۴۰ است؟

$\frac{۳}{۴}(۴)$ $\frac{۱۱}{۱۶}(۳)$ $\frac{۵}{۸}(۲)$ $\frac{۹}{۱۶}(۱)$

مثال ۴۶ : هر يك از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آن ها را کنار هم قرار می دهیم با کدام اتمتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می باشد؟

(سراسری تجربی - ۹۵) $۰/۳(۱)$ $۰/۴(۲)$ $۰/۵(۳)$ $۰/۶(۴)$



@eimankazemi

ریاضیات کنکور ۹۸

امتثال

مثال ۱۴۷ : امتثال اینکه روز تولد ۳ نفر در روزهای مختلف هفته باشد کدام است؟

$$\frac{31}{49} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{30}{49} \text{ (۳)}$$

$$\frac{23}{35} \text{ (۲)}$$

$$\frac{24}{35} \text{ (۱)}$$

(ب)

(پ)

(ت)



@eimankazemi

ریاضیات کنکور ۹۸

امتثال

اعمال روی پیشامدها

ایمان کاظمی



مثال ۱۴۸ : اگر A و B دو پیشامد سازگار باشند مقدار $p(A \cap B)$ کدام است؟

$p(A) \times p(B)$ (۱) $p(A) + p(B)$ (۲)

$p(A) \times p(B) - p(A \cup B)$ (۳) $p(A) + p(B) - p(A \cup B)$ (۴)

مثال ۱۴۹ : اگر A و B دو پیشامد باشند و داشته باشیم: $p(A) = 2p(B) = 3p(A \cap B)$

مطلوبست: $\frac{p(A \cup B)}{p(A \cap B)}$

۲(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴)

مثال ۵۰ : اتمتمال آنکه دانش آموزی در درس فیزیک قبول شود، ۵۵٪ و در درس شیمی قبول شود، ۶۰٪ است. اتمتمال آنکه حداقل در یکی از دو درس قبول شود، ۷۵٪ باشد، با کدام اتمتمال در

هر دو درس قبول می شود؟ (سراسری ریاضی - ۸۱)

۰/۳۵(۱) ۰/۴۰(۲) ۰/۴۵(۳) ۰/۵۰(۴)



◀ **پیشامد های ناسازگار:** هر گاه دو پیشامد A و B نتوانند بطور همزمان اتفاق بیفتند. بعبارت دیگر وقوع A به معنای عدم وقوع B باشد و بر عکس. (مثل شیر و فط یا زوج و فرد)
 ⇨ **تعریف دوم:** دو پیشامد A و B که اشتراکی باهم ندارند را دو پیشامد ناسازگار می گویند یعنی:

$$p(A \cap B) = 0$$

اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند داریم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

مثال ۵۱: اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و $p(A) = \frac{1}{3}$ و $p(A \cup B) = \frac{7}{12}$ ، $p(B)$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{5}{12} \text{ (۱۳)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۱۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۱۱)}$$

◀ **پیشامدهای مستقل:** اگر وقوع یا عدم وقوع پیشامد A بر پیشامد B تأثیری نداشته باشد (یا

برعکس)، آنگاه دو پیشامد A و B را مستقل می نامند. برای دو پیشامد مستقل A و B داریم:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A) \cdot p(B)$$

مثال ۵۲: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، $p(A) = \frac{1}{2}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ، $P(B)$ را بدست

آورید.



مثال ۵۳ : خانواده ای دارای ۴ فرزند است. می دانیم دو فرزند اول آنها پسر است. اتمتمال اینکه

دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد، کدام است؟ (سراسری تجربی-۸۲)

(۱۴) $\frac{3}{8}$

(۱۳) $\frac{5}{16}$

(۱۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{3}{16}$

مثال ۵۴ : اگر ۷۵٪ افراد جامعه ای دارای چشم مشکلی و ۴۰٪ گروه فونی آنها از نوع A باشد

و یک فرد بطور تصادفی از بین آنها انتخاب شود، اتمتمال اینکه این فرد دارای چشم مشکلی یا

گروه فونی A باشد، کدام است؟

(۱۴) ۹۵٪

(۱۳) ۸۵٪

(۱۲) ۸۲٪

(۱) ۷۸٪

مثال ۵۵ : سه عدد تاس سالم را باهم پرتاب می کنیم. با اتمتمال اعداد رو شده مضرب ۳

نیستند؟

(۱۴) $\frac{2}{3}$

(۱۳) $\frac{19}{27}$

(۱۲) $\frac{4}{9}$

(۱) $\frac{8}{27}$



امتمال

مثال ۵۶ : در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنها تمصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنها مهارت قالببافی دارند، اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود با کدام امتمال این فرد تمصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟ (سراسری تجربی-۹۰)

۰/۸۵ (۴)

۰/۸(۳)

۰/۷۵(۲)

۰/۷(۱)

مثال ۵۷ : امتمال موفقیت عمل جراحی برای شخصی A برابر $۰/۹$ و برای شخص B برابر $۰/۸$ است با کدام امتمال لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر موفقیت آمیز است؟

۰/۹۸ (۴) (تجربی-۹۵)

۰/۹۶ (۳)

۰/۹۴ (۲)

۰/۹۲ (۱)

مثال ۵۸ : امتمال اینکه اشخاص A و B تا ۲۰ سال دیگر نارامتی قلبی پیدا کنند $۰/۶$ و $۰/۷$ است. با کدام امتمال حداقل یکی از آنها تا ۲۰ سال دیگر نارامتی قلبی پیدا نمی کند؟

۰/۵۸ (۴)

۰/۷ (۳)

۰/۴۲ (۲)

۰/۰۵ (۱)



امتمال

مثال ۵۹ : ترکیبی از ۴ ماده شیمیایی داریم که دو تا از آن ها مواد A, B هستند. امتمال واکنش نشان دادن ماده A ، $\frac{1}{5}$ و امتمال واکنش نشان دادن ماده B ، $\frac{1}{7}$ است. با چه امتمالی مذاقل یکی از موارد A یا B واکنش نشان فواهد داد؟

$\frac{12}{35}$ (۴)

$\frac{11}{35}$ (۳)

$\frac{39}{140}$ (۲)

$\frac{41}{140}$ (۱)

مثال ۶۰ : دو پیشامد A, B مستقل و هم شانس اند. اگر امتمال اتفاق افتادن مذاقل یکی از آن ها $\frac{16}{25}$ باشد، با کدام امتمال مذاکثر یکی از آن ها رخ می دهد؟

0.84 (۴)

0.72 (۳)

0.96 (۲)

0.8 (۱)

مثال ۶۱ : در میان ۱۶ مرد و ۲۰ زن، ۱۲ تا از مرد ها متاهل هستند. اگر زن بودن و متاهل بودن مستقل باشند، چند تا از زن ها متاهل اند؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)



مثال ۶۲ : امد به امتعال $\frac{7}{10}$ در تیم کوهنوردی مدرسه شان و به امتعال $\frac{8}{10}$ در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتفاب می شود. با چه امتعالی در هیچ کداه از تیم ها انتفاب نمی شود؟

- (۱) $\frac{16}{10}$ (۲) $\frac{14}{10}$ (۳) $\frac{8}{10}$ (۴) $\frac{6}{10}$

مثال ۶۳ : در سؤال قبل، امتعال این که امد فقط در یکی از این تیم ها انتفاب شود، کداه است؟

- (۱) $\frac{94}{10}$ (۲) $\frac{92}{10}$ (۳) $\frac{38}{10}$ (۴) $\frac{28}{10}$

مثال ۶۴ : امتعال این که رویا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر امتعال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر امتعال این که حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر $\frac{5}{6}$ باشد، رویا با چه امتعالی در این درس قبول فواهد شد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{14}{10}$



امتمال

مثال ۶۵ : فرض کنید اتمتمال برد تیم B مقابل تیم A برابر ۲۰ درصد، اتمتمال صعود به جام جهانی تیم B در حال حاضر ۲۵ درصد و در صورتی که تیم A را ببرد ۳۰ درصد فواهد بود. با کدام اتمتمال مذاقل یکی از دو اتفاق (صعود به جام جهانی) یا (بردن تیم A) برای تیم B اتفاق می افتد؟

۰/۵۵ (۴)

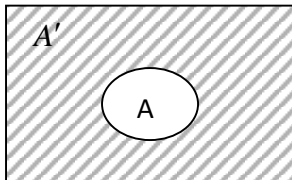
۰/۴۵ (۳)

۰/۰۶ (۲)

۰/۳۹ (۱)

◀ اتمتمال متمم: اگر A یک پیشامد در فضای نمونه ای S باشد، آنگاه متمم A را با A' نشان می دهند. A اتمتمال واقع شدن پیشامد A و A' اتمتمال واقع نشدن پیشامد A می باشد و چون مجموع اتمتمال ها مساوی ۱ است داریم:

$$p(A) + p(A') = 1 \rightarrow p(A) = 1 - p(A')$$



مثال ۶۶: اتمتمال آمدن باران به نیامدنش $\frac{3}{7}$ است. مطلوب است اتمتمال آنکه باران بیارد.



مثال ۶۷ : در پرتاب ۲ تاس اتممال آنکه دو تاس مساوی نباشند بقدر است؟

$$\frac{31}{36} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{25}{36} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۱)}$$

مثال ۶۸ : ۳ تاس را با هم پرتاب میکنیم. مطلوب است اتممال آنکه ۳ تاس با هم برابر نباشد.

مثال ۶۹ : ۴ سکه را باهم پرتاب می کنیم. اتممال اینکه حداقل یک سکه "رو" ظاهر شود

کدام است؟

$$\frac{15}{16} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{14}{16} \text{ (۳)}$$

$$\frac{13}{16} \text{ (۲)}$$

$$\frac{12}{16} \text{ (۱)}$$



مثال ۷۰: از بین اعداد طبیعی ۳ رقمی، به تصادف یک عدد برداشته ایم. با کدام امتمال

لااقل یک بار رقم ۲ در این عدد ظاهر شده است؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۶)

۰/۲۸ (۱۴)

۰/۲۶ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۲۴ (۱)

مثال ۷۱: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $p(A \cap B) = (p(A))^2$ باشد، $p(A')$ کدام

است؟

$p(A).p(B)$ (۲)

$p(A)$ (۱)

$1 - p(B)$ (۱۴)

$1 - p(A).p(B)$ (۳)

مثال ۷۲: در پرتاب سه تاس امتمال آنکه حداقل ۱ بار شش ظاهر شود، کدام است؟

$\frac{91}{216}$ (۱۴)

$\frac{108}{216}$ (۳)

$\frac{107}{216}$ (۲)

$\frac{90}{216}$ (۱)



مثال ۷۳ : اگر A و B دو مجموعه جدا از هم و $p(A') + p(B') = 1/4$ باشد، $p(A \cup B)$ کدام

است؟

۰/۴ (۴)

۱ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۸ (۱)

مثال ۷۴ : از ساکنین شهری ، ۳۰٪ روزنامه ی الف ، ۲۵٪ ، درصد روزنامه ی ب و ۹٪ روزنامه الف و ب را می خوانند. اگر فردی از بین آنها به تصادف انتخاب شود، با کدام امتمال هیچ یک از این دو روزنامه را نمی خواند؟

۱/۵۶ (۴)

۰/۵۴ (۳)

۰/۴۸ (۲)

۰/۴۵ (۱)

مثال ۷۵ : برای انجام مسابقه ای ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده اند. اگر بطور تصادفی ۴ نفر ازین آنها انتخاب شوند، با کدام امتمال، تعداد افراد انتخابی در این دو گروه متفاوتند؟

(سراسری ریاضی- ۸۵) $\frac{5}{7}$ (۴)

$\frac{4}{7}$ (۳)

$\frac{3}{7}$ (۲)

$\frac{5}{14}$ (۱)



مثال ۷۶ : سه نفر مشغول رمزگشایی یک پیام هستند. اتممال موفقیت آنها به ترتیب

است. با کدام اتممال لااقل یکی از آنها موفق می شود؟ (ریاضی ۹۷)

$$\frac{23}{24} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{11}{12} \text{ (۱۳)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۱۲)}$$

$$\frac{19}{24} \text{ (۱۱)}$$

مثال ۷۷ : در کیسه ای ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز موجود است. اگر

سه مهره از کیسه خارج کنیم با کدام اتممال حداکثر ۲ مهره از مهره های خارج شده هم رنگ

هستند؟ (سراسری ریاضی-۹۵)

$$\frac{41}{44} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{39}{44} \text{ (۱۳)}$$

$$\frac{19}{22} \text{ (۱۲)}$$

$$\frac{17}{22} \text{ (۱۱)}$$

مثال ۷۸ : اگر $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ ، $P(B) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $P(A - B)$ کدام

است؟

$$0.5 \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{17}{24} \text{ (۱۳)}$$

$$\frac{33}{48} \text{ (۱۲)}$$

$$0.3 \text{ (۱۱)}$$



مثال ۷۹: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، حاصل $1 - p(A') - p(A \cap B)$ کدام است؟

$p(A' \cap B)$ (۴)

$p(A \cap B')$ (۳)

$p(B')$ (۲)

$p(B)$ (۱)

مثال ۸۰: اگر $p(A - B) = \frac{2}{17}$ و $p(B - A) = \frac{10}{17}$ و $p(B) = 3p(A)$ باشند، آنگاه

$p(A \cup B)$ چقدر است؟

$\frac{14}{17}$ (۴)

$\frac{15}{17}$ (۳)

$\frac{16}{17}$ (۲)

$\frac{12}{17}$ (۱)

مثال ۸۱: در پرتاب دو تاس سالم، احتمال آن که مجموع دو تاس سالم بیش از ۷ باشد را $P(A)$ و احتمال آن که هر دو تاس زوج ظاهر شود را $P(B)$ می نامیم. $P(A - B)$ کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)



مثال ۸۲ : از مجموعه ی $\{۱۰۱, ۱۰۲, ۱۰۳, \dots, ۶۰۰\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. با کدام

امتمال

الف (لااقل بر یکی از اعداد ۵ یا ۶ بخش پذیر است؟

ب) این عدد مضرب ۵ هست ولی بر ۶ بخش پذیر نیست؟

پ) این عدد فقط بر یکی از اعداد ۵ یا ۶ بخش پذیر است؟

ت) این عدد بر هیچ یک از اعداد ۵ و ۶ بخش پذیر نیست؟

مثال ۸۳ : در یک مسابقه فوتبال امتمال آنکه حامد گل بزند $۰/۷$ است و امتمال آنکه علی

گل بزند $۰/۴$ است. چقدر امتمال دارد:

الف) فقط حامد گل بزند

ب) فقط یکی از آنها گل بزند



امتمال شرطی:

فرض کنید A و B دو پیشامد دلفواه باشند بطوری که $P(B) \neq 0$ ، امتمال A به شرط B یعنی امتمال پیشامد A

با علم به اینکه B رخ داده است. این امتمال از رابطه زیر مناسبه می شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

توجه: اگر $P(B) = 0$ باشد، آنگاه $P(A|B)$ قابل تعریف نیست.

مثال ۸۴: در یک تیر اندازی بسوی هدف متمرک، امتمال اینکه گلوله به موقع به هدف شلیک شود، $0/5$ و امتمال اینکه گلوله به موقع شلیک شود و به هدف اصابت کند، $0/4$ است. مطلوبست امتمال اینکه گلوله به هدف اصابت کند به شرط آنکه به موقع شلیک شده باشد.

مثال ۸۵: در امتحانات یک کلاس، 20% دانش آموزان در ریاضی، 15% در فیزیک و 10% در هر دو درس تجدید شده اند. امتمال اینکه دانش آموزی از این کلاس در درس فیزیک تجدید شده باشد. مشروط بر آنکه در درس ریاضی نیز تجدید شده باشد، کدام است؟

$0/5(4)$

$0/3(3)$

$0/2(2)$

$0/1(1)$



امتمال

مثال ۸۶ : در یک مسابقه اتومبیل رانی امتمال این که یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود و به خط پایان نیز برسد برابر 0.7 است و امتمال این که یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود ، برابر 0.8 است. اگر بدانیم یک اتومبیل دچار نقص فنی نشده است، با چه امتمالی به خط پایان رسیده است؟

(۱) $\frac{7}{8}$ (۲) 0.56 (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{8}$

مثال ۸۷ : فرض کنید امتمال این که یک تیم فوتبال اصلی ترین رقیبش را ببرد ، $\frac{1}{6}$ باشد ، امتمال قهرمانی این تیم در حال حاضر $\frac{1}{4}$ و در صورتی که اصلی ترین رقیبش را ببرد ، این امتمال به $\frac{1}{3}$ افزایش خواهد یافت. با چه امتمالی حداقل یکی از این دو اتفاق ((قهرمان شدن)) یا ((بردن اصلی ترین رقیب)) برای این تیم اتفاق خواهد افتاد؟

(۱) $\frac{13}{18}$ (۲) $\frac{11}{18}$ (۳) $\frac{13}{36}$ (۴) $\frac{11}{36}$



مثال ۸۸ : اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، به طوری که $P(A) = 0.2$ و

$P(B) = 0.22$ و $P(B|A) = 0.7$ آنگاه $P(B'|A')$ کدام است؟ (سراسری ریاضی-۹۰)

۰/۹۶ (۴)

۰/۹۲(۳)

۰/۹۰(۲)

۰/۸۴(۱)

مثال ۸۹ : اگر $P(A|B') = \frac{3}{5}$ ، $P(B'|A) = \frac{5}{7}$ حاصل $\frac{1-P(A')}{1-P(B)}$ کدام است؟

۰/۴۶ (۴)

۰/۹۲ (۳)

۰/۸۴(۲)

۰/۶۳ (۱)

مثال ۹۰ : در پرتاب ۲ تاس اگر مجموع دو تاس بزرگتر از ۵ ظاهر شود، چقدر احتمال دارد هر

دو تاس مساوی باشند؟

(آزاد ریاضی-۸۷)

$\frac{4}{30}$ (۴)

$\frac{4}{36}$ (۳)

$\frac{4}{28}$ (۲)

$\frac{4}{26}$ (۱)



مثال ۹۱ : دو تاس را با هم پرتاب می کنیم:

الف) اگر مجموع ۶ باشد، امتثال یکسان بودن دو تاس را معلوم کنید.

ب) اگر هر دو یکسان باشند، امتثال آنکه هر دو اول باشند چقدر است؟

مثال ۹۲ : با توجه به جدول مقابل که تعداد داوطلبان دفتر و پسر را در کنکور آزمایشی دو رشته

ریاضی و تجربی نشان می دهد، حاصل (دفتر | رشته ریاضی) + P (رشته تجربی | پسر) P کدام

است؟

**	رشته ریاضی	رشته تجربی
دفتر	۱۰	۲۰
پسر	۳۰	۴۰

$$\frac{23}{28} (14)$$

$$\frac{11}{12} (13)$$

$$1 (12)$$

$$\frac{19}{21} (1)$$

مثال ۹۳ : امتثال اینکه رتبه اول سال آخر ریاضی در کنکور قبول شود، ۰/۹۵ و با توجه به

سوابق تمصیلی علی، امتثال اینکه او رتبه اول شود، ۰/۹ است. امتثال اینکه علی هم هم رتبه

اول شود هم در دانشگاه قبول شود کدام است؟

$$0.81(14)$$

$$0.78(13)$$

$$0.9(12)$$

$$0.855(1)$$



◀ قانون امتمال کل (قانون جمع امتمالات):

هر گاه B_1, B_2, \dots, B_n افزای از فضای نمونه ای S باشند و A پیشامد دلفواهی باشد، آنگاه:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)$$

مثال ۹۴ : دو ظرف یکی شامل ۳ مهره قرمز و ۷ مهره آبی و دیگری شامل ۲ مهره قرمز و ۳ مهره آبی مفروضند یکی از این دو ظرف را به تصادف انتخاب می کنیم و مهره ای خارج می کنیم. مطلوبست امتمال آنکه مهره خارج شده آبی باشد.

مثال ۹۵ : امتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است. با کدام امتمال فرزندی که به دنیا می آید این بیماری را ندارد؟

- ۰/۹۱(۱)
- ۰/۹۲(۲)
- ۰/۹۳(۳)
- ۰/۹۴(۴)

مثال ۹۶ : در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تمصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد این جمعیت تمصیلات دانشگاهی دارند؟

- ۱۵/۲ (۱)
- ۱۵/۶ (۲)
- ۱۵/۸ (۳)
- ۱۶/۲ (۴) (سراسری تجربی ۹۶)



امتمال

مثال ۹۷ : در کارخانه ای با دو نوع محصول ، ۴۰٪ محصولات از نوع A و بقیه از نوع B هستند. ۳۰٪ محصولات نوع A معیوب هستند. کالایی به تصادف از این کارخانه انتخاب می کنیم. اگر اتممال معیوب بودن آن ۲۴٪ باشد، چند درصد از محصولات نوع B معیوب هستند؟

(۱) ۲۰٪ (۲) ۱۵٪ (۳) ۲۵٪ (۴) ۳۰٪

مثال ۹۸ : ظرف A دارای ۴ مهره ی سفید و ۵ مهره ی سیاه است و هر یک از دو ظرف B و C دارای ۶ مهره ی سفید و ۳ مهره ی سیاه است. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می کنیم. با کدام اتممال دو مهره از مهره های خارج شده سفید است؟

(سراسری تجربی ۹۳)

$$\frac{11}{21} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{21} \text{ (۳)}$$

$$\frac{26}{63} \text{ (۲)}$$

$$\frac{25}{63} \text{ (۱)}$$



مثال ۹۹ : سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر رو بیایدتاس را می ریزیم و اگر پشت بیاید، سه سکه ی دیگر را با هم می ریزیم. در این آزمایش امتمال اینکه دقیقا یک سکه رو ظاهر شود کداه است؟ (سراسری ریاضی-۸۹)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{11}{16}$

مثال ۱۰۰ : در دو جعبه به ترتیب ۲۴ و ۱۵ عدد لامپ یکسان موجود است. در جعبه اول ۴ عدد و در جعبه دوم ۳ عدد لامپ معیوب اند. از اولی ۸ و از دومی ۶ لامپ به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می دهیم. با کداه امتمال لامپ اتفابی از جعبه جدید معیوب است؟ (سراسری ریاضی-۸۹ و مشابه ریاضی ۹۴)

(۱) $\frac{17}{105}$ (۲) $\frac{8}{35}$ (۳) $\frac{6}{35}$ (۴) $\frac{19}{105}$



مثال ۱۰۱: در یک ظرف ۳ مهره سیاه، ۲ مهره آبی و ۵ مهره قرمز داریم. یک مهره خارج می کنیم و بدون آنکه مهره را نگاه کنیم، مهره دیگری از ظرف خارج می کنیم. امتمال اینکه این مهره قرمز باشد، کدام است؟

$$\frac{5}{10} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{4}{10} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{10} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{10} \text{ (۱)}$$

نکته: در یک آزمایش تصادفی اگر نتیجه عملی را ندانیم و نتوانیم نتیجه آن عمل را تعیین کنیم، مثل آن است که آن عمل اصلاً رخ نداده است.

مثال ۱۰۲: در جعبه ای ۶ مهره ی سفید و ۹ مهره ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری از آن بیرون می آوریم. با کدام امتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج شده سفید است؟ (سراسری تجربی-۹۲)

$$\frac{2}{5} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{14} \text{ (۱)}$$



مثال ۱۰۳ : دو ظرف داریم. در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه، در دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه است. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می دهیم. آنگاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می آوریم. با کدام اتممال این مهره سفید است؟ (سراسری ریاضی-)

(۸۴)

$$\frac{41}{81} \text{ (۱۴)}$$

$$\frac{34}{81} \text{ (۳)}$$

$$\frac{11}{27} \text{ (۲)}$$

$$\frac{8}{27} \text{ (۱)}$$